二次不等式與概率

學習講義

從這裏開始：把二次不等式因式分解，判斷乘積的正負及邊界。

單元一　／　選一個區間內的數測符號

取值	兩因式符號	乘積符號
$x = -4$	負、負	正
$x = 0$	正、負	負
$x = 5$	正、正	正

本冊學習路線

01　二次不等式的區間　正文 1 頁
先定出兩個分界點、逐段看兩因式符號

02　有指定成員的組合　正文 2 頁
把名額分給兩組、依選擇是否有次序計數

03　已知條件下的概率　正文 3 頁
先按已知條件收窄樣本、在這組人中找目標

學以致用　頁 4　　單元測驗　頁 5　　練習參考答案　頁 6

姓名 _____　　班別 _____

日期 _____

01 二次不等式的區間

學習目標 把二次不等式因式分解，判斷乘積的正負及邊界。

重點概念

先移項，再找零點。由小至大排好零點，用數線分成三段測試；嚴格不等號不可把零點計入。英文卷用語：二次不等式（quadratic inequality）。

例題

解 $x^2-x-12<0$。

1 **先定出兩個分界點** 因式分解得 $(x+3)(x-4)$，當 $x=-3$ 或 4 時為零，把數線分為三段。

2 **逐段看兩因式符號** 取 $x=0$ 時一正一負。兩端外側則同號，只有中間一段乘積為負；嚴格小於零不包兩端點。

例題解答 $(x+3)(x-4)<0$，兩因式異號時乘積為負。因此，$-3<x<4$。

選一個區間內的數測符號

取值	兩因式符號	乘積符號
$x=-4$	負、負	正
$x=0$	正、負	負
$x=5$	正、正	正

容易混淆 求出 -3 和 4 便只寫這兩個數。

怎樣分辨 這兩點令乘積恰為零，只用來劃分區間。答案要收集合乎不等式的一整段。

單元 1・隨課練習

解 $x^2+2x-15\geq 0$。

提示 把整式移至左方，比較兩個根之間及兩側的符號。

02 有指定成員的組合

學習目標 從分組對象選人或物，分辨「恰好」與「至少」。

重點概念

當次序無關，選 r 個的數目為 C(n,r)。組內用組合，跨組條件用乘法；若分成互斥情況才相加。英文卷用語：組合（combination）。

例題

從 5 位初級及 4 位高級組員選 3 人，恰有 1 位高級，多少種？

1 **把名額分給兩組** 總共 3 人，恰有 1 位高級，即其餘 2 位必是初級。須同時作出兩組選擇。

2 **依選擇是否有次序計數** 4 位高級選 1 位有 4 種，5 位初級選 2 位有 $5 \times 4 \div 2 = 10$ 種。每個高級選擇都可配每個初級組合。

例題解答 C(4,1)×C(5,2)=4×10。因此，40 種。

容易混淆 用 5 × 4 計初級的兩個名額。

怎樣分辨 甲乙和乙甲是同一隊，任兩位初級的排列各計了兩次。

單元 2・隨課練習

從 6 件紅色及 3 件藍色各不相同的展品選 4 件，恰有 2 件藍色，多少種？

提示 先按指定類別分開可選人數，每一種組合只計一次。

03 已知條件下的概率

學習目標 用已知條件縮小樣本空間，求條件概率。

重點概念

分母只包括符合「已知」條件的對象；分子同時符合已知及所求條件。對調已知與所求會改變分母。英文卷用語：條件概率（conditional probability）。

例題

20 位步行上學者有 8 位遲到；30 位乘車者有 6 位遲到。隨機抽 1 人，已知遲到，求他是步行者的概率。

1 **先按已知條件收窄樣本** 抽中者已知遲到，因此只保留步行遲到 8 人及乘車遲到 6 人，總共 14 人。

2 **在這組人中找目標** 14 人中有 8 人步行，所以概率是 8/14 = 4/7。試把問題讀成「在遲到者中，有幾成步行？」

例題解答 遲到者共有 8+6=14 位，其中 8 位步行。因此，4/7。

先讀「遲到」一欄

上學方式	遲到	沒有遲到
步行	8	12
乘車	6	24
合計	14	36

容易混淆 把 8 除以步行者的 20。

怎樣分辨 8/20 回答「已知步行，會遲到的概率」。交換條件與目標，分母隨之改變。

單元 3・隨課練習

12 位甲班生參賽，其中 9 位達標；18 位乙班生參賽，其中 6 位達標。從參賽者隨機抽 1 人，已知達標，求來自乙班的概率。

提示 先圈出題目指定已知的一群，再在當中數符合要求者。

學以致用

單元 1・換個情境

解 $(x - 2)(x + 1) \geq 0$。

單元 2・換個情境

6 名學生和 3 名導師中選 3 人，恰有 2 位導師。共有多少組？

單元 3・換個情境

合唱團 12 人中有 9 人戴眼鏡，舞蹈團 8 人中有 3 人戴眼鏡，兩團無重疊。隨機抽一名戴眼鏡者，他來自合唱團的概率是多少？

單元測驗

作答要求 請獨立作答，寫下思路，完成後交給老師或家長評閱。

第 1 題

解 $2x^2-7x+3\leq 0$。寫出理據或算式。

第 2 題

從 4 位隊長及 5 位隊員選 3 人，當中至少有 1 位隊長，多少種？寫出理據或算式。

第 3 題

甲批有 5 件次貨及 15 件合格品；乙批有 3 件次貨及 17 件合格品。隨機抽 1 件，已知為合格品，求來自甲批的概率。寫出理據或算式。

練習參考答案

單元 1 二次不等式的區間

講義練習　$(x+5)(x-3)\geq 0$，取根以外並包括零點。答案：$x\leq -5$ 或 $x\geq 3$。

學以致用　分界為 -1、2，兩因式同號或有一項為零，故 $x \leq -1$ 或 $x \geq 2$。

單元 2 有指定成員的組合

講義練習　$C(3,2)\times C(6,2)=3\times 15$。答案：45 種。

學以致用　3 位導師選 2 位有 3 種，每種可配 6 位學生之一，共 18 組。

單元 3 已知條件下的概率

講義練習　達標者有 9+6=15 位，乙班佔 6 位。答案：2/5。

學以致用　戴眼鏡的共有 12 人，其中合唱團 9 人，概率 9/12 = 3/4。

回看一題　選一題，寫下你用來核對答案的算式或方法。