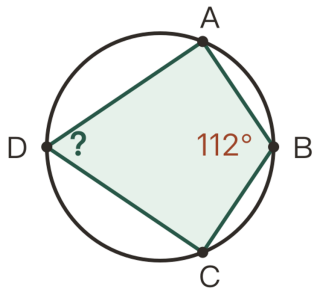
對數、圓與直線

學習講義

從這裏開始：合併同底對數，並檢查每個真數是否為正。

單元二　／　圓內接四邊形的對角



圓上四點依次為 A、B、C、D，B 和 D 相對。B 的內角是 112°，D 的內角是所求。

本冊學習路線

01　對數方程的真數限制　正文 1 頁
先列兩個真數條件、合併同底對數

02　圓內接四邊形的對角　正文 2 頁
用中間字母找頂點、寫出定理及等式

03　過定點作垂線　正文 3 頁
確定垂線的方向、以指定點定位

學以致用　頁 4　　單元測驗　頁 5　　練習參考答案　頁 6

姓名 _____　　班別 _____

日期 _____

01 對數方程的真數限制

學習目標 合併同底對數，並檢查每個真數是否為正。

重點概念

先列定義域，再用 log_b A+log_b B=log_b(AB)。合併後解出的根仍須代回原限制；兩個負真數的乘積也可能為正。英文卷用語：定義域（domain）。

例題

解 $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$。

1 **先列兩個真數條件** $x-1>0$ 及 $x+1>0$ 的共同範圍是 $x>1$。把這界限寫在算式旁。

2 **合併同底對數** 兩項和可寫作 $\log_2((x-1)(x+1))$。真數等於 2^3，解得 $x=\pm 3$，再按範圍只保留 3。

例題解答 $x>1$，$(x-1)(x+1)=8$，$x^2=9$，捨 -3。因此，$x=3$。

容易混淆 只檢查兩個真數的乘積為正。

怎樣分辨 當兩個真數同為負數時乘積也正，但各對數都無定義。要檢查每一個。

單元 1・隨課練習

解 $\log_3 x+\log_3(x+8)=2$。

提示 寫出每個括號大於零的條件，再把對數式改寫成乘積。

02 圓內接四邊形的對角

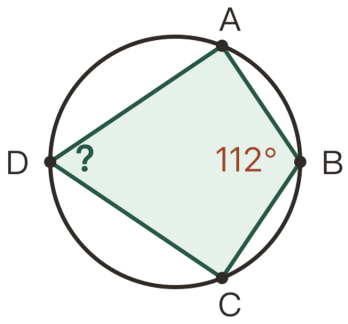
學習目標 辨認圓內接四邊形的對角，並利用互補關係解角度題。

重點概念

先按圓周次序寫出四個頂點，再配對相隔一點的角。對角和為 180°；相鄰兩角沒有這項固定關係。外角先用直線角轉回內角。英文卷用語：圓內接四邊形（cyclic quadrilateral）。

例題

A、B、C、D 依次在圓上，∠ABC=112°，求 ∠ADC。



圓上四點依次為 A、B、C、D，B 和 D 相對。B 的內角是 112°，D 的內角是所求。

1 **用中間字母找頂點** ∠ABC 的頂點是 B，∠ADC 的頂點是 D。按 A、B、C、D 繞圓排列，B 和 D 相對。

2 **寫出定理及等式** 圓內接四邊形的對角互補，故 ∠ABC + ∠ADC = 180°。第二個角為 68°。

例題解答　B 與 D 為對角，180°−112°=68°。因此，∠ADC=68°。

容易混淆　把任何相鄰兩個內角也當作合共 180°。

怎樣分辨　定理要求相對的頂點。先沿周界排序，在隔一個頂點的位置找對角。

單元 2・隨課練習

P、Q、R、S 依次在圓上，∠SPQ=3x，∠QRS=2x，求 x 及 ∠QRS。

提示　先指出哪兩角互為對角，必要時把外角換成內角。

03 過定點作垂線

學習目標 寫出經指定點且垂直於已知直線的方程。

重點概念

把原直線化為 $y=mx+c$。兩條非豎直斜線垂直時斜率乘積為 -1；再用點斜式。水平線和豎直線應分別處理。英文卷用語：垂線（perpendicular line）。

例題

求過 $(2,5)$ 且垂直於 $y=2x-1$ 的直線。

1 **確定垂線的方向** 原線斜率為 2，非水平或垂直。垂線的斜率與它相乘為 -1，故為 $-1/2$。

2 **以指定點定位** 由 $(2,5)$ 水平向右走 2，便向下走 1。寫成 $y-5=-(x-2)/2$，再展開得到截距 6。

例題解答 垂線斜率 $-1/2$，$y-5=-(x-2)/2$。因此，$y=-x/2+6$。

容易混淆 直接把原線的截距 -1 帶到垂線。

怎樣分辨 垂直條件只決定斜率，截距要用新線所經的點重新確定。

單元 3・隨課練習

求經 $(3,-2)$ 且垂直於 $y=-3x+7$ 的直線。

提示 先求垂線斜率，再把指定點代入點斜式。

學以致用

單元 1・換個情境

已知 $\log_3 x + \log_3(x - 6) = 3$。若同學列出兩個根 9、-3，哪些可以保留？說明理由。

單元 2・換個情境

一圓內接四邊形中，一對對角相差 $24°$。求較大的角。

單元 3・換個情境

過 $(-2,1)$ 的直線與 $y = -x/3 + 4$ 垂直。它會通過 $(0,7)$ 嗎？說明。

單元測驗

作答要求 請獨立作答，寫下思路，完成後交給老師或家長評閱。

第 1 題

解 $\log_2(x-2)+\log_2(x+4)=4$。寫出理據或算式。

第 2 題

A、B、C、D 依次在圓上，$\angle DAB=2x+8°$，$\angle BCD=x+22°$。求 $\angle DAB$。寫出理據或算式。

第 3 題

求經 $(-2,4)$ 且垂直於 $3x+y=7$ 的直線。寫出理據或算式。

練習參考答案

單元 1 對數方程的真數限制

講義練習 $x>0$，$x(x+8)=9$，得 1 或 -9。答案：$x=1$。

學以致用 x 和 $x-6$ 都要大於零，即 $x>6$。9 可取，$9\times 3=27$；-3 使兩個真數都為負，須捨去。

單元 2 圓內接四邊形的對角

講義練習 $3x+2x=180°$，$x=36°$。答案：$x=36°$，$\angle QRS=72°$。

學以致用 設較小角為 x，則 $x+(x+24°)=180°$，小角 78°，大角 102°。

單元 3 過定點作垂線

講義練習 $m=1/3$，$y+2=(x-3)/3$。答案：$y=x/3-3$。

學以致用 垂線斜率為 3。從 $(-2,1)$ 向右 2 個單位，y 增加 6 正好到 7，所以會。

回看一題 選一題，寫下你用來核對答案的算式或方法。