相似、三角比與加權平均數

學習講義

從這裏開始：從已列出的相似頂點次序建立正確的比，求未知邊長。

單元三　／　先合併分數和人數

組別	人數	組別總分
甲	6	420
乙	4	340
合併	10	760

本冊學習路線

01　對應邊與相似比　正文 1 頁
依頂點次序配邊、固定比的方向

02　直角三角形的正切與實際高度　正文 2 頁
把水平線畫在眼睛高度、先求高差再還原

03　由組別平均合併整體平均　正文 3 頁
還原每組總分、由合併總數求平均

學以致用　頁 4　　單元測驗　頁 5　　練習參考答案　頁 6

姓名 _____　　班別 _____

日期 _____

01 對應邊與相似比

學習目標 從已列出的相似頂點次序建立正確的比，求未知邊長。

重點概念

若 △ABC ∼ △PQR，頂點按照次序 A↔P、B↔Q、C↔R。因此 AB 對 PQ，BC 對 QR。把相似比寫成「第二個圖形 ÷ 第一個圖形」，每條對應邊必須用同一方向。英文卷用語：對應邊（corresponding sides）。

例題

△ABC ∼ △DEF。AB=4、BC=7、DE=10（均以 cm 計）。求 EF。

1 **依頂點次序配邊** △ABC ∼ △DEF 表示 A 對 D、B 對 E、C 對 F。因此 AB 對 DE，而 BC 對 EF。

2 **固定比的方向** 由第一個三角形放大至第二個，倍數是 DE/AB = 10/4。對每條對應邊都同乘 2.5。

例題解答　放大倍數 10/4=2.5，EF=7×2.5。因此，17.5 cm。

容易混淆　為求 EF 而把 7 除以 2.5。

怎樣分辨　從小圖走向大圖應乘放大倍數。先用已知的一對邊檢查方向。

單元 1・隨課練習

一面旗的三角形縮圖底長 8 cm、斜邊 13 cm；實物相似，對應底長 40 cm。斜邊長多少？

提示　先寫兩組頂點對應，再找一組已知的對應邊求比例。

02 直角三角形的正切與實際高度

學習目標 從仰角、水平距離求觀測點以上的高度，再按需要加上眼高。

重點概念

由水平線向上量的是仰角 θ。以觀測者的水平線為底，$\tan\theta$= 對邊/鄰邊。對邊是物件頂點高於眼睛的部分；問離地高度時才加眼高。已給 tan 值時可直接代入。英文卷用語：仰角（angle of elevation）。

例題

眼高 1.5 m，在距柱腳 20 m 的水平地面測其頂仰角 θ；$\tan\theta=0.6$。柱高多少？

1 **把水平線畫在眼睛高度** 由眼向柱畫水平線，交點把柱分成上下兩段。仰角對邊是交點至柱頂的高度。

2 **先求高差再還原** $\tan\theta$ = 高差/20 = 0.6，故高差為 12 m。由地面量度柱高，還要加上眼高 1.5 m。

例題解答 高於眼睛 20×0.6=12 m，加眼高 1.5。因此，13.5 m。

容易混淆 以高差 12 m 作整條柱的高度。

怎樣分辨 水平線位於眼睛而非地面，兩者相隔的 1.5 m 也屬柱身高度。

單元 2・隨課練習

觀測鏡中心離地 2 m，與塔腳水平相距 15 m，頂點仰角的正切為 0.8。求塔高。

提示 先算「頂點高於眼睛」的距離，再讀問題是否要離地總高度。

03 由組別平均合併整體平均

學習目標 從兩組不同人數與各組平均推出全體平均。

重點概念

先把每組的平均乘以組員數，還原該組總和。合併總和再除以總人數。只有兩組人數相同時，才可直接取兩個平均的平均。英文卷用語：加權平均數（weighted mean）。

例題

甲組 6 人平均 70 分，乙組 4 人平均 85 分。全組平均多少分？

1 **還原每組總分** 甲組每人平均 70 分，6 人合共 420 分。乙組平均 85 分，4 人合共 340 分。

2 **由合併總數求平均** 總分 760 除以全組 10 人得 76 分。甲人數較多，所以整體平均較接近甲的 70 分。

例題解答 合計 420+340=760，除以 10。因此，76 分。

先合併分數和人數

組別	人數	組別總分
甲	6	420
乙	4	340
合併	10	760

容易混淆 直接求 (70 + 85)/2。

怎樣分辨 這會給兩組相同權重，只有兩組人數相同時才適用。

單元 3・隨課練習

一隊 8 人平均投中 6 球，另一隊 12 人平均投中 11 球。兩隊合計平均每人投中多少球？

提示 把每一組寫成「總和＝平均 × 數目」。

學以致用

單元 1・換個情境

△PQR ∼ △XYZ，PQ = 9、XY = 6、YZ = 8 cm。QR 是多少？

單元 2・換個情境

眼高 1.6 m，離旗桿 15 m，測得頂端仰角的正切為 0.8。旗桿高多少？

單元 3・換個情境

甲組 8 人平均 60 分，乙組 2 人平均 90 分。合併平均分比 75 分高還是低？

單元測驗

作答要求 請獨立作答，寫下思路，完成後交給老師或家長評閱。

第 1 題

△KLM ∼ △XYZ。KL=9 cm、LM=15 cm，XY=6 cm。求 YZ。寫出理據或算式。

第 2 題

攝影機鏡頭高 1.2 m，距牆 25 m，在水平地面對準牆頂。仰角的正切是 0.48。求牆高。寫出理據或算式。

第 3 題

15 本小說的平均價是 $48，5 本畫冊平均 $80。20 本書的平均價是多少？寫出理據或算式。

練習參考答案

單元 1 對應邊與相似比

講義練習 倍數 40/8=5，故 13×5。答案：65 cm。

學以致用 由第二圖至第一圖的倍數是 9/6，QR = 8 × 9/6 = 12 cm。

單元 2 直角三角形的正切與實際高度

講義練習 相對高度 15×0.8=12 m，再加 2。答案：14 m。

學以致用 眼睛以上高度 15 × 0.8 = 12 m，再加 1.6 m，得 13.6 m。

單元 3 由組別平均合併整體平均

講義練習 (8×6+12×11)/20=180/20。答案：9 球。

學以致用 總分 480 + 180 = 660，平均 66 分，低於 75 分。

回看一題 選一題，寫下你用來核對答案的算式或方法。