因式與聯立方程

學習講義

從這裏開始：把二項式寫成最大公因式乘以括號的形式。

單元二　／　先由全買學生票開始調整

成人張數	學生張數	總票價
0	10	$200
1	9	$210
4	6	$240

本冊學習路線

01　提出包含字母的公因式　正文 1 頁
把兩項拆成乘積、用展開驗算

02　用總數與總價列聯立方程　正文 2 頁
分別列出兩項限制、用票價差解讀消元

03　有括號的公式主項變換　正文 3 頁
從最外層開始撤銷、讓 t 單獨留在一邊

學以致用　頁 4　　單元測驗　頁 5　　練習參考答案　頁 6

姓名 _____　　班別 _____

日期 _____

01 提出包含字母的公因式

學習目標 把二項式寫成最大公因式乘以括號的形式。

重點概念

找出各項係數的最大公因數，再取共同字母的最低次冪。每一項除以公因式後寫在括號內，最後展開核對兩項的正負號。只提出數字而漏掉共同字母，仍可繼續分解。英文卷用語：公因式（common factor）。

例題

Factorize completely：$12x^2+18x$。

1 **把兩項拆成乘積** $12x^2 = 6x \times 2x$，$18x = 6x \times 3$。兩項中至少都有一個 x，也共有數因子 6。

2 **用展開驗算** 提出 6x 後，括號留下 $2x + 3$。分配乘回兩項，便還原為 $12x^2 + 18x$。

例題解答　共同數因子是 6，兩項都含 x；$12x^2 \div 6x = 2x$，$18x \div 6x = 3$。因此，$6x(2x+3)$。

容易混淆　只提出 6，便認為已完全因式分解。

怎樣分辨　括號裏的 $2x^2$ 和 3x 仍有共同的 x。完全分解才停下。

單元 1・隨課練習

把 $15a^2 - 10a$ 完全因式分解。

提示　把每一項除以擬提出的因式，看看括號內是否還有公因式。

02 用總數與總價列聯立方程

學習目標 從兩個獨立條件列方程，解出兩種物件的數量。

重點概念

用 x、y 表示兩種數量。總數給第一式，單價乘數量再相加給第二式。用代入或消去法求解，最後代回兩個條件。把較貴物件的單價配給另一種物件，會得到互換的數量。英文卷用語：聯立方程（simultaneous equations）。

例題

成人票 $30，學生票 $20，共買 10 張，付 $240。各幾張？

1 **分別列出兩項限制** 設成人票 x 張、學生票 y 張。張數給 $x + y = 10$，票價給 $30x + 20y = 240$。

2 **用票價差解讀消元** 若十張全是學生票只需 200 元，多付的 40 元來自每張成人票貴 10 元，因此換了 4 張成人票。

例題解答 設成人票 x 張，學生票 10−x 張；30x+20(10−x)=240，得 x=4。因此，成人 4 張、學生 6 張。

先由全買學生票開始調整

成人張數	學生張數	總票價
0	10	$200
1	9	$210
4	6	$240

容易混淆 把 30 和 20 直接相加，再用 240 去除。

怎樣分辨 這是假定兩種票成對購買，題目只給總張數，未說兩類一樣多。

單元 2・隨課練習

大包每包 8 枝筆，小包每包 5 枝，共 7 包共 44 枝。各有幾包？

提示 先假設全部都是較便宜的一種，額外費用來自哪些物件？

03 有括號的公式主項變換

學習目標 利用相反運算把指定字母獨立放在等號一側。

重點概念

先看目標字母外層的運算。兩邊先消去加減項，再消去非零乘數；字母在括號內時，要處理括號內剩下的加減。等號兩邊必須做同一運算。英文卷用語：公式主項（subject of a formula）。

例題

在 $H=4(t+3)$ 中，以 t 為主項。

1 **從最外層開始撤銷** 等號右邊整個 $t+3$ 被乘 4，先把等式兩邊都除以 4，得到 $H/4 = t+3$。

2 **讓 t 單獨留在一邊** 兩邊再減 3，寫成 $t = H/4 - 3$。用 $H = 20$ 代入，所得 $t = 2$ 放回原式正好。

例題解答 兩邊除 4 得 $H/4=t+3$，再減 3。因此，$t=H/4-3$。

容易混淆 寫成 $t = (H - 3)/4$。

怎樣分辨 這一式把原有的加 3 放到了乘 4 外面。可用同一組 H 和 t 的值比較。

單元 3・隨課練習

在 $p=5(a-2)$ 中，以 a 為主項。

提示 從最後一步倒推，寫出每次對等號兩邊所做的運算。

學以致用

單元 1・換個情境

有人把 $28y^3 - 42y^2$ 寫成 $7y^2(4y - 6)$。怎樣把它完全因式分解？

單元 2・換個情境

全票 $25、優惠票 $15，合共 8 張，付 $160。各有幾張？

單元 3・換個情境

某球會以 $C = 8(n + 2)$ 計收費。收費 C 已知，要怎樣計人數 n？

單元測驗

作答要求 請獨立作答，寫下思路，完成後交給老師或家長評閱。

第 1 題

苗圃面積以 $18t^2+24t$ 表示。把式子完全因式分解。寫出理據或算式。

第 2 題

$12 和 $7 的紀念章共 14 個，合共 $128。兩款各有多少個？寫出理據或算式。

第 3 題

在 $V=3(u+7)-2$ 中，make u the subject。寫出理據或算式。

練習參考答案

單元 1 提出包含字母的公因式

講義練習 兩項同除 5a 分別得 3a、−2。答案：5a(3a−2)。

學以致用 括號內還有共同的 2，可再提出，得 $14y^2(2y - 3)$。

單元 2 用總數與總價列聯立方程

講義練習 設大包 x；8x+5(7−x)=44，3x=9。答案：大包 3 包、小包 4 包。

學以致用 全買優惠票需 $120；多付 $40，每張全票多 $10，故全票 4 張、優惠票 4 張。

單元 3 有括號的公式主項變換

講義練習 除 5 得 p/5=a−2，再加 2。答案：a=p/5+2。

學以致用 整個括號先乘 8，所以倒過來先以 C 除以 8，再減 2，得 n = C/8 − 2。

回看一題 選一題，寫下你用來核對答案的算式或方法。